

漫谈数学与应用数学

孟岩

培根曾提出“数学是打开科学大门的钥匙”。那么，数学到底是什么？在数学发展史上无数的数学家给出过自己的答案。时至今日总结起来可以说数学是研究数、量的关系和空间形式的一个庞大科学体系，是一门具有高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性的重要基础学科。它包含纯粹数学和应用数学以及这二者与其它学科的交叉部分。它是一切自然科学的基础，也是一切重大技术发展的基础。同时，数学也是一种文化，在人类文明的进程中起到重要的推动作用。

数学的起源从计数开始。在远古时代，处于生存的本能人类就有了数的概念，最简单的例子就是他们能够区分出多与少。逐渐地，人类才有了明确的数的概念，例如部族首领知道部族中有共多少人。经过时间极为漫长的发展，在大约公元前三千年终于出现了书写计数和相应的数系，这使得数的书写和数与数之间的运算成为可能，在此基础上初等算术便发展起来了。此时的数学还处于萌芽时期，数学知识还是零散的，并没有推理演绎。

从公元前六世纪开始，才开始出现比较系统的数学知识体系并具有比较抽象的演绎体系，比如在古希腊的《几何原本》中把人们公认的一些事实列成定义和公理，以形式逻辑的方法，用这些定义和公理来研究各种几何图形的性质，建立了一套从公理、定义出发，论证命

题得到定理的几何学论证方法。而这本书，也就成了欧式几何的奠基之作，成为用公理化方法建立数学演绎体系的典范之一。

进入17世纪以后，出现了各种各样的数学理论，其中我们重点介绍的是解析几何与微积分。17世纪上半叶解析几何的发明既将代数方法应用于几何的问题中，又将变量引入了数学当中，为微积分的创立开辟了道路。需要指出的是17世纪以前的数学基本上是关于常量的数学，解析几何的发明是变量数学的第一个里程碑。而17世纪中出现在物理学，天文学，光学等领域中的问题以及几何学发展的需要也为微积分的创立提供了深刻的背景。在17世纪下半叶牛顿和莱布尼茨相互独立地创立的微积分。18世纪到19世纪20年代，微积分得到了进一步的发展和完善，并获得了十分广泛的应用，形成了新的数学分支，比如常微分方程，偏微分方程，变分法等。

19世纪20年代到20世纪40年代可视为近代数学时期，主要的数学成就有微积分基础的严格化，近世代数的产生，非欧几何的诞生和集合论的创立等。到20世纪上半叶建立了以抽象，结构化和综合化为主要特点的五个学科：数理逻辑、测度和积分论、抽象代数、拓扑学和泛函分析。目前，大学阶段数学系的主要数学课程，如微积分、复变函数、实变函数、泛函分析、线性代数、概率统计等基本都来源于17世纪以后到20世纪40年代这段时期。

20世纪的第二次世界大战使得一大批数学家运用数学的知识为战争服务，并在这个过程中产生了应用数学。20世纪中后期又有许多

数学分支诞生，如运筹学、密码学、控制论等。而以数学理论为基础的计算机的发明使得数学有了十分广泛的应用。

数学发展至今，已经成为一个分支众多，结构复杂的知识体系，并且仍然在不断发展中。数学研究有两个大的范畴，即基础数学(也称为纯粹数学)和应用数学。那么区分它们的标准是什么呢？简而言之主要看其问题的直接来源是客观实际还是数学内部。由数学内部矛盾引出的问题发展起来的数学分支属纯粹数学。问题来自客观世界的属应用数学，然而还有些问题的界限并非很明显。

基础数学主要包括代数与数论、几何与拓扑以及分析三大部分，是整个数学学科的理论基础。从数学发展史中我们可以看到数学问题的最初产生来自客观世界，以解决实际问题为目的，之后则按其自身的规律发展，以至于原来的实际背景被淡化，逐渐地脱离原来的问题成为了逻辑上完整的体系。发现问题，提出问题，从特殊现象出发，归纳成抽象理论并加以推广是基础数学发展的主要模式。在这种模式下，基础数学的每个领域都形成了独特的方法和技巧。而当多个领域中的概念、方法和技巧相互结合在一起时，有时会给数学家们带来意外的惊喜，这当中最为著名的例子之一就是几何分析的发展。几何分析是几何与偏微分方程交叉产生的研究领域，它真正独立成为基础数学的一个主流学科主要由于丘成桐及其合作者在20世纪70年代的工作，这些成就改变了对于微分方程在微分几何中的作用的看法。而丘成桐本人也于1982年获得了数学菲尔兹奖。

也许有人会怀疑，基础数学只专注于数学自身的发展和逻辑上的完整性是否能够使得基础数学的研究保持持久的活力。对于此，我们可以借用怀特海德的一句评价“纯粹数学的现代发展可以说是人类精神最原始的创新”。基础数学的研究特性使得基础数学的发展空间能够得到进一步的拓广，并为数学的实际应用提供了更好的储备与依据。好的数学终究会得到应用，比如20世纪整体微分几何的领袖之一陈省身20世纪40年代研究的纤维丛理论就成为了20世纪70年代杨振宁等物理学家发现的规范场的数学工具。

现代数学研究的另一个研究范畴为应用数学。主要通过建立数学模型分析解决自然科学、社会科学以及工程技术中的实际问题，并在这一过程中逐步形成新的数学理论和方法，包括微分方程与动力系统、概率论、组合论以及运筹学等研究领域。

一方面，自然科学和社会科学中的不断涌现的问题为应用数学的发展提供了重要的源泉。伽利略曾说“自然界这部巨著仅可以被那些懂得它的语言的人读懂，而这种语言就是数学”。比如，牛顿就是为了研究天体运动规律而发明了微积分，经常为人们称为应用数学的最高典范。现在，微积分已经成为几乎所有近代科学的基础。

另一方面，应用数学的发展也推动了科学和社会的进步。数学对自然科学的发展具有深远的影响。比如，当代任何一门成熟科学的研究都需要用数学语言来描述，在相应的数学模型的框架下来表达解决问题的思想和方法。数学的发展还促进了技术领域的进步。电子计算机的发明以及当今计算技术的发展均以数学为基础。从飞行器的模拟

设计到医学扫描诊断，从互联网的搜索技术到信息安全技术，这些技术的发展都需要数学研究成果的支持。而应用数学在经济金融领域同样也发挥着不可忽视的重要作用。各种现代经济理论的建立均以数学作为基本工具，力图用数学的理论来描述经济发展规律。事实上，有些经济学家本身就是数学家，比如诺贝尔经济学奖获得者纳什就是出色的数学家。

数学作为人类文化的一部分，在人类文明的进程中具有重要的推动作用。需要指出的是数学不仅具有科学性，还具有艺术性。罗素称“数学，如果正确地看，不但拥有真理，而且也具有至高无上的美”。数学的美主要表现在它的抽象性，简洁性和对称性，还体现在数学内部的和谐与统一。希望能够有更多的人能够理解与欣赏数学的美。

参考文献：

- [1] 《数学与人类文明》蔡天新著，商务印书馆，2012.8
- [2] 《数学学科概论》杨柳、罗李平主编，华东师范大学出版社，2012.2
- [3] 《未来10年中国学科发展战略·数学》国际自然科学基金委员会，中国科学院编，科学出版社，2012.1